**Тема 3-4. Теория игр**

*\* Все задания выполняются в составе команды, на одном из языков программирования (в отдельных случаях возможно выполнять задание в MS Excel). Задание считается выполненным, если построена математическая модель, выполнено решение задачи в общем виде (то есть с возможностью в режиме «он-лайн» менять условия и получать новый результат), оформлена проектная документация. Так же каждую задачу необходимо защищать у преподавателя.*

**Задание 1.** Написать (добавить в собственный класс/библиотеку) следующие функции:

1. Решение задачи о нахождении выигрышной стратегии для **антагонистической** игры;

*Формат входных данных:*

а) Список стратегий игрока А;

б) Список стратегий игрока Б;

в) матрица весовых коэффициентов;

\* *необходимо организовать 3 варианта получения данных:*

*А) ввод с клавиатуры (для малого количества стратегий)*

*Б) случайная генерация.*

*В) считывание из CSV файла. Формат CSV: n -строк и m+1 – столбцов (заголовки соответствуют названиям стратегий, в первом столбце находятся названия стратегий первого игрока), в ячейках записаны весовые коэффициенты.*

*Формат выходных данных:*

а) Оптимальная чистая стратегия для игрока А (текст);

б) Цена игры для игрока А при выборе чистой оптимальной стратегии (число);

в) Оптимальная чистая стратегия для игрока Б (текст);

г) Цена игры для игрока Б при выборе чистой оптимальной стратегии (число);

д) таблица смешанных стратегий для игрока А (указывается название стратегии и процент выделения ресурсов на нее).

е) Цена игры для игрока А при выборе смешанной оптимальной стратегии (число);

***Пример входных данных:***

а) Введите количество стратегий для компании А : 3

- Введите название 1 стратегии компании А : Телефоны

- Введите название 2 стратегии компании А : Ноутбуки

- Введите название 3 стратегии компании А : ПК

б) Введите количество стратегий для компании Б : 3

- Введите название 1 стратегии компании Б : Телефоны

- Введите название 2 стратегии компании Б : Наушники

- Введите название 3 стратегии компании Б : Ноутбуки

в) Введите матрицу весовых коэффициентов поэлементно:

- Введите элемент строки 1 столбца 1: 300

- Введите элемент строки 1 столбца 2: 280

- Введите элемент строки 1 столбца 3: 230

- Введите элемент строки 2 столбца 1: 200

- Введите элемент строки 2 столбца 2: 180

- Введите элемент строки 2 столбца 3: 130

- Введите элемент строки 3 столбца 1: 240

- Введите элемент строки 3 столбца 2: 380

- Введите элемент строки 3 столбца 3: 400

***Пример выходных данных :***

а) Оптимальная чистая стратегия для игрока А: ***№3 - ПК***

б) Цена игры для игрока А при выборе чистой оптимальной стратегии: ***240***

в) Оптимальная чистая стратегия для игрока Б: ***№1 - Телефоны***

г) Цена игры для игрока Б при выборе чистой оптимальной стратегии: ***300***

д) Таблица смешанных стратегий для игрока А:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Телефоны*** | ***Ноутбуки*** | ***ПК*** |
| ***70%*** | ***0%*** | ***30%*** |

е) Цена игры для игрока А при выборе смешанной оптимальной стратегии: ***281***

\* формат выходных данных может отличаться от предложенного.

***\* Опционально: вывести оптимальную смешанную стратегию и цену игры для игрока Б***

***\* Опционально: сделать возможность игры неограниченного количества игроков.***

1. Решение задачи о нахождении выигрышной стратегии для **биматричной** игры;

*Формат входных данных:*

а) Список стратегий игрока А;

б) Список стратегий игрока Б;

в) матрица весовых коэффициентов для игрока А;

г) матрица весовых коэффициентов для игрока Б;

\* *необходимо организовать 3 варианта получения данных:*

*А) ввод с клавиатуры (для малого количества стратегий)*

*Б) случайная генерация.*

*В) считывание из CSV файла. Формат CSV: n -строк и m+1 – столбцов (заголовки соответствуют названиям стратегий, в первом столбце находятся названия стратегий первого игрока), в ячейках записаны весовые коэффициенты.*

*Формат выходных данных:*

а) Оптимальная чистая стратегия для игрока А (текст);

б) Цена игры для игрока А при выборе чистой оптимальной стратегии (число);

в) Оптимальная чистая стратегия для игрока Б (текст);

г) Цена игры для игрока Б при выборе чистой оптимальной стратегии (число);

д) Общая (суммарная) цена игры (число);

е) Количество равновесий по Нэшу (число);

ж) таблица оптимальных смешанных стратегий игрока А (указывается название компании, название стратегии и процент выделения ресурсов на нее);

з) Цена игры для игрока А при выборе смешанной оптимальной стратегии (число);

и) таблица оптимальных смешанных стратегий игрока Б (указывается название компании, название стратегии и процент выделения ресурсов на нее);

к) Цена игры для игрока Б при выборе смешанной оптимальной стратегии (число);

л) Общая цена игры в случае использования оптимальных стратегий (число);

***Пример входных данных:***

а) Введите количество стратегий для компании А : 3

- Введите название 1 стратегии компании А : Телефоны

- Введите название 2 стратегии компании А : Ноутбуки

- Введите название 3 стратегии компании А : ПК

б) Введите количество стратегий для компании Б : 3

- Введите название 1 стратегии компании Б : Телефоны

- Введите название 2 стратегии компании Б : Наушники

- Введите название 3 стратегии компании Б : Ноутбуки

в) Введите матрицу весовых коэффициентов для игрока А поэлементно:

- Введите элемент строки 1 столбца 1: 300

- Введите элемент строки 1 столбца 2: 280

- Введите элемент строки 1 столбца 3: 230

- Введите элемент строки 2 столбца 1: 200

- Введите элемент строки 2 столбца 2: 180

- Введите элемент строки 2 столбца 3: 130

- Введите элемент строки 3 столбца 1: 240

- Введите элемент строки 3 столбца 2: 380

- Введите элемент строки 3 столбца 3: 400

г) Введите матрицу весовых коэффициентов для игрока Б поэлементно:

- Введите элемент строки 1 столбца 1: 180

- Введите элемент строки 1 столбца 2: 110

- Введите элемент строки 1 столбца 3: 240

- Введите элемент строки 2 столбца 1: 120

- Введите элемент строки 2 столбца 2: 160

- Введите элемент строки 2 столбца 3: 210

- Введите элемент строки 3 столбца 1: 300

- Введите элемент строки 3 столбца 2: 140

- Введите элемент строки 3 столбца 3: 250

***Пример выходных данных :***

а) Оптимальная чистая стратегия для игрока А: ***№1 - Телефоны***

б) Цена игры для игрока А при выборе чистой оптимальной стратегии: ***300***

в) Оптимальная чистая стратегия для игрока Б: ***№2 - Наушники***

г) Цена игры для игрока Б при выборе чистой оптимальной стратегии: ***210***

д) Общая (суммарная) цена игры: **510**

е) Количество равновесий по Нэшу: **0**

е) Таблица смешанных стратегий для компании А:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Телефоны*** | ***Ноутбуки*** | ***ПК*** |
| ***0%*** | ***0%*** | ***100%*** |

ж)Цена игры для игрока А при выборе смешанной оптимальной стратегии: ***281***

з) Таблица смешанных стратегий для компании Б:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Телефоны*** | ***Планшеты*** | ***Ноутбуки*** |
| ***74%*** | ***0%*** | ***26%*** |

и) Цена игры для игрока Б при выборе смешанной оптимальной стратегии: ***286***

к) Общая цена игры в случае использования оптимальных стратегий:  **568**

1. Решение задачи о принятии оптимального решения в условиях **риска**;

*Формат входных данных:*

а) Список стратегий игрока А;

б) Список состояний природы П;

в) матрица весовых коэффициентов;

г) Вектор вероятностей pi;

\* *необходимо организовать 3 варианта получения данных:*

*А) ввод с клавиатуры (для малого количества стратегий)*

*Б) случайная генерация.*

*В) считывание из CSV файла. Формат CSV: n -строк и m+1 – столбцов (заголовки соответствуют названиям стратегий, в первом столбце находятся названия стратегий первого игрока), в ячейках записаны весовые коэффициенты.*

*Формат выходных данных:*

а) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Лапласа (текст);

б) Цена игры оптимальной стратегии по критерию Лапласа (число);

в) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Баеса (текст);

г) Цена игры оптимальной стратегии по критерию Баеса (число);

д) Оптимальная чистая стратегия игрока А по критерию Гермейера (текст);

е) Цена игры оптимальной чистой стратегии по критерию Гермейера (число);

ж) Таблица оптимальных смешанных стратегий для игрока А по критерию Гермейера (указывается название стратегии и процент выделения ресурсов на нее).

3) Цена игры для игрока А при выборе смешанной оптимальной стратегии по критерию Гермейера (число);

***Пример входных данных:***

а) Введите количество стратегий для компании А : 4

- Введите название 1 стратегии компании А : Продукты

- Введите название 2 стратегии компании А : Косметика

- Введите название 3 стратегии компании А : Одежда

- Введите название 4 стратегии компании А : Бытовая химия

б) Введите количество состояний природы П : 4

- Введите название 1 состояний природы П: Рецессия

- Введите название 2 состояний природы П : Стагнация

- Введите название 3 состояний природы П : Оживление

- Введите название 4 состояний природы П : Подъем

в) Введите матрицу весовых коэффициентов поэлементно:

- Введите элемент строки 1 столбца 1: 50

- Введите элемент строки 1 столбца 2: 30

- Введите элемент строки 1 столбца 3: 35

- Введите элемент строки 1 столбца 4: 45

- Введите элемент строки 2 столбца 1: 40

- Введите элемент строки 2 столбца 2: 40

- Введите элемент строки 2 столбца 3: 55

- Введите элемент строки 2 столбца 4: 40

- Введите элемент строки 3 столбца 1: 35

- Введите элемент строки 3 столбца 2: 40

- Введите элемент строки 3 столбца 3: 45

- Введите элемент строки 3 столбца 4: 55

- Введите элемент строки 4 столбца 1: 10

- Введите элемент строки 4 столбца 2: 20

- Введите элемент строки 4 столбца 3: 25

- Введите элемент строки 4 столбца 4: 35

г) Введите вектор вероятности поэлементно:

- Введите элемент строки 1 столбца 1: 0,15

- Введите элемент строки 1 столбца 2: 0,25

- Введите элемент строки 1 столбца 3: 0,5

- Введите элемент строки 1 столбца 4: 0,1

***Пример выходных данных :***

а) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Лапласа: **А2-Косметика; А3- Одежда**

б) Цена игры с оптимальной стратегии по критерию Лапласа: **43.75**

в) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Баеса: **А2-Косметика**

г) Цена игры с оптимальной стратегии по критерию Баеса: **47.5**

д) Оптимальная чистая стратегия игрока А по критерию Гермейера: **А3- Одежда**

е) Цена игры с оптимальной чистой стратегии по критерию Гермейера: **5.25** **/ 35**

ж) Таблица оптимальных смешанных стратегий для игрока А по критерию Гермейера

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Продукты** | **косметика** | **Одежда** | **Бытовая химия** |
| **8%** | **0%** | **92%** | **0%** |

3) Цена игры для игрока А при выборе смешанной оптимальной стратегии по критерию Гермейера: **5.42 / 42.77**

1. Решение задачи о принятии оптимального решения в условиях **неопределенности**;

*Формат входных данных:*

а) Список стратегий игрока А;

б) Список состояний природы П;

в) матрица весовых коэффициентов;

\* *необходимо организовать 3 варианта получения данных:*

*А) ввод с клавиатуры (для малого количества стратегий)*

*Б) случайная генерация.*

*В) считывание из CSV файла. Формат CSV: n -строк и m+1 – столбцов (заголовки соответствуют названиям стратегий, в первом столбце находятся названия стратегий первого игрока), в ячейках записаны весовые коэффициенты.*

*Формат выходных данных:*

а) Оптимальная стратегия игрока А по критерию пессимизма (текст);

б) Цена игры оптимальной стратегии по критерию пессимизма (число);

в) Оптимальная стратегия игрока А по критерию оптимизма (текст);

г) Цена игры оптимальной стратегии по критерию оптимизма (число);

д) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Вальда (текст);

е) Цена игры оптимальной стратегии по критерию Вальда (число);

ж) Линейная свертка склонности к риску по критерию Гурвица шагом 10%;

з) Гистограмма (диаграмма) максимумов линейной свертки по критерию Гурвица;

и) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Сэвиджа (текст);

к) Величина минимальной недополученной прибыли по критерию Сэвиджа (число);

***Пример входных данных:***

а) Введите количество стратегий для компании А : 4

- Введите название 1 стратегии компании А : Продукты

- Введите название 2 стратегии компании А : Косметика

- Введите название 3 стратегии компании А : Одежда

- Введите название 4 стратегии компании А : Бытовая химия

б) Введите количество состояний природы П : 4

- Введите название 1 состояний природы П: Рецессия

- Введите название 2 состояний природы П : Стагнация

- Введите название 3 состояний природы П : Оживление

- Введите название 4 состояний природы П : Подъем

в) Введите матрицу весовых коэффициентов поэлементно:

- Введите элемент строки 1 столбца 1: 50

- Введите элемент строки 1 столбца 2: 30

- Введите элемент строки 1 столбца 3: 35

- Введите элемент строки 1 столбца 4: 45

- Введите элемент строки 2 столбца 1: 40

- Введите элемент строки 2 столбца 2: 40

- Введите элемент строки 2 столбца 3: 40

- Введите элемент строки 2 столбца 4: 40

- Введите элемент строки 3 столбца 1: 70

- Введите элемент строки 3 столбца 2: 40

- Введите элемент строки 3 столбца 3: 35

- Введите элемент строки 3 столбца 4: 50

- Введите элемент строки 4 столбца 1: 10

- Введите элемент строки 4 столбца 2: 20

- Введите элемент строки 4 столбца 3: 25

- Введите элемент строки 4 столбца 4: 35

***Пример выходных данных :***

а) Оптимальная стратегия игрока А по критерию пессимизма: **А4 – Бытовая химия**

б) Цена игры оптимальной стратегии по критерию пессимизма: **10**

в) Оптимальная стратегия игрока А по критерию оптимизма: **А1 - Продукты**

г) Цена игры оптимальной стратегии по критерию оптимизма: **50**

д) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Вальда: **А2 - Косметика**

е) Цена игры оптимальной стратегии по критерию Вальда: **40**

ж) Линейная свертка склонности к риску по критерию Гурвица

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Alpha | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| А1 | 30 | 32 | 34 | 36 | 38 | 40 | 42 | 44 | 46 | 48 | 50 |
| А2 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| А3 | 35 | 38,5 | 42 | 45,5 | 49 | 52,5 | 56 | 59,5 | 63 | 66,5 | 70 |
| А4 | 10 | 12,5 | 15 | 17,5 | 20 | 22,5 | 25 | 27,5 | 30 | 32,5 | 35 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| max | 40 | 40 | 42 | 45,5 | 49 | 52,5 | 56 | 59,5 | 63 | 66,5 | 70 |

з) Гистограмма (диаграмма) максимумов линейной свертки по критерию Гурвица

и) Оптимальная стратегия игрока А по критерию Сэвиджа: **А3 - Одежда**

к) Величина минимальной недополученной прибыли по критерию Сэвиджа: **5**

1. **Возможно добавление других функций (опционально )**

**Задание 2.** Для тестирования написанных функций а так же прототипирования различных методов проводится следующее приемо-сдаточное тестирование:

\* *Данные задания оформляются в отдельном пайплайне (в случае подключения собственной библиотеки), или ячейках, располагающихся ниже. Каждый тест пишется в своей ячейке и решает свой класс задач.*

1. Привести по 3-5 примеров работы каждого из разработанных

**Дополнительные задания (опционально)**

1. Разработать игру на основе алгоритма «minimax» в которой компьютер играет согласно оптимальной стратегии.

Пример игры написанной алгоритмом простого перебора приведен по ссылке ниже:

https://tproger.ru/articles/igra-byki-i-korovy-kotoraja-igraet-sama-v-sebja-na-jazyke-programmirovanija-python/

1. Разработать алгоритм позволяющий гарантированно получить правильный ответ за минимальное количество ходов для данной игры.
2. Визуализировать работу алгоритма.